

Г. Ю. Краснянський, Я. І. Бірук

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ, Україна

ОПТИМІЗАЦІЯ РОЗРАХУНКОВОГО АПАРАТУ ДЛЯ ПРОЕКТУВАННЯ ПОРИСТИХ ЗВУКОПОГЛИНАЮЧИХ МАТЕРІАЛІВ

Анотація. Головним недоліком існуючих моделей поширення звуку крізь звукопоглинальні пористі матеріали є складність їх практичного застосування. Усі розрахунки наведені в уявній формі, що збільшує обсяги обчислень й ускладнює процес автоматизації проектування звукопоглинальних матеріалів потрібної ефективності. Тому доцільно перевести усі розрахунки у дійсну форму, що спростить процес автоматизації проектування звукопоглинальних матеріалів і конструкцій. Показано, що використання емпіричних та напівфеноменологічних моделей для попереднього оцінювання звукопоглинальних властивостей пористих матеріалів утруднено через їхню залежність від численних параметрів, які неможливо виміряти безпосередньо. Запропоновано оптимізацію розрахункового апарату на основі моделі Джонсона-Шампу-Алларда-Лафаржа (JCAL). Показано, що модель JCAL може бути зведена до двох неакустичних параметрів – пористості і опору повітряному потоку, які достатньо точно визначаються експериментально, при врахуванні їх кореляції з чотирма параметрами, що залишилися. Пористість матеріалу легко визначається зважуванням тестових зразків, а опір повітряному потоку можна виміряти у імпедансній трубі стандартної конструкції або на лабораторній установці для визначення опору продування потоком повітря з використанням витрати повітря та давача тиску. Зменшення кількості параметрів моделі дозволяє прискорити прогнозування звукопоглинаючих характеристик та роблять модель застосовнішою до стратегій оптимізації та автоматизованого проектування захисних пористих матеріалів. Створення прикладного програмного забезпечення для автоматизації проектування звукоізоляції з великою швидкістю обчислень дозволить оптимізувати обирання потрібних параметрів матеріалів методом перебору варіантів. Запропоновані зміни значно знижують обчислювальну складність, підвищуючи придатність розрахункового апарату для додатків реального часу та великомасштабного моделювання.

Ключові слова: поглинання звуку, пористі матеріали, акустичні моделі, розрахунковий апарат.

Вступ

У відповідності до міжнародних та національних стандартів і санітарних норм рівні шуму звукового діапазону жорстко регламентуються [1]. У сучасних умовах задача зниження рівня звукового навантаження всередині будівель та споруд набуває особливої актуальності. Одним із шляхів її вирішення є використання пористих звукопоглинаючих матеріалів. Процес проектування таких матеріалів може бути суттєво спрощений за рахунок попереднього оцінювання їх поглинальних властивостей розрахунковими методами. Зазвичай використовували для цих цілей емпіричні та напівфеноменологічні моделі непрактичні через їхню залежність від численних параметрів, які неможливо виміряти безпосередньо. Тому доцільним є вдосконалення математичного апарату для розрахункового проектування пористих звукопоглинаючих матеріалів.

Огляд літературних джерел. Напівфеноменологічні акустичні моделі для пористих матеріалів розроблялися з середини 20 століття. Вони поєднують емпіричні дані з теоретичними основами для опису взаємодії звуку з матеріалом. Ці моделі використовують набір із чотирьох-восьми неакустичних параметрів для апроксимації коефіцієнта поглинання звуку [2, 3]. Серед напівфеноменологічних моделей виділяється модель Джонсона-Шампу-Алларда-Лафаржа (JCAL) внаслідок її надійності та точності в описі поширення звуку в пористих середовищах у широкому діапазоні частот [4]. Основне обмеження моделі JCAL полягає в труднощах, пов'язаних з точним виміром та оцінкою неакустичних параметрів, від яких вона залежить, оскільки лише деякі з цих параметрів піддаються безпосередньому виміру [5]. Для прогнозування акустичних властивостей пористих матеріалів простіше

використовувати емпіричні моделі, такі як моделі Делані-Безлі та інші, оскільки для них потрібний лише один неакустичний параметр – опір повітряному потоку [6, 7]. Проте точність прогнозування емпіричних моделей нестабільна. Ця нестабільність виникає через те, що ці моделі ґрунтуються на методах регресії з використанням великих масивів експериментальних даних для конкретних матеріалів. Таким чином, напівфеноменологічні та емпіричні моделі не є практичними рішеннями для оцінки акустичних властивостей пористих матеріалів. Отже, доцільним є вдосконалення цих моделей для подолання зазначених обмежень.

Метою дослідження є проведення оптимізації розрахункового апарату для проектування пористих звукопоглинаючих матеріалів.

Викладення основного матеріалу

Для оцінки звукопоглинаючих характеристик пористих матеріалів, як базову, будемо використовувати модель JCAL. Коефіцієнт поглинання звуку α визначається виразом:

$$\alpha = 1 - |R|^2 = 1 - \left| \frac{Z_s - \rho_0 c_0}{Z_s + \rho_0 c_0} \right|^2, \quad (1)$$

де R – коефіцієнт відбиття звуку; ρ_0 – густина повітря; c_0 – швидкість звуку в повітрі;

поверхневий акустичний імпеданс:

$$Z_s = Z_c \coth(kl); \quad (2)$$

характеристичний імпеданс:

$$Z_c = \sqrt{\rho(\omega)K(\omega)}; \quad (3)$$

комплексне хвильове число:

$$k = \omega \sqrt{\rho(\omega)/K(\omega)}, \quad (4)$$

де l – товщина пористого шару; ω – циклічна частота звукової хвилі; $\rho(\omega)$ – комплексна густина; $K(\omega)$ – комплексний динамічний модуль об'ємної пружності пористого матеріалу.

Відповідно до моделі JCAL:

$$\rho(\omega) = \frac{\alpha_\infty \rho_0}{\phi} \left[1 - i \frac{\phi \eta}{k_0 \rho_0 \alpha_\infty \omega} \sqrt{1 + i \frac{4k_0'^2 \rho_0 \alpha_\infty^2 \omega}{\eta \Lambda^2 \phi^2}} \right], \quad (5)$$

$$K(\omega) = \frac{\gamma P_0 / \phi}{\gamma - \frac{\gamma - 1}{1 - i \frac{\phi \eta}{k_0 \rho_0 P_r \omega} \sqrt{1 + i \frac{4k_0'^2 P_r \rho_0 \omega}{\eta \Lambda^2 \phi^2}}}}. \quad (6)$$

Як видно із (5), (6) дані величини залежать від шести неакустичних параметрів, а саме – відкритої пористості ϕ , височастотної межі звивистості α_∞ , в'язкісної Λ та теплової Λ' характеристичних довжин та в'язкісної $k_0 = \eta/\sigma$, пов'язаної з опором повітряному потоку σ , і теплової k_0' проникностей.

Інші характеристики повітря, що входять в (5), (6), – η (динамічна в'язкість), γ (постійна адіабати), P_0 (атмосферний тиск), P_r (число Прандтля) – табличні величини, i – уявна одиниця. Основне обмеження моделі полягає у визначенні цих параметрів, лише деякі з яких можна виміряти безпосередньо. Крім того, комплексний вигляд співвідношень ускладнює їх практичне використання.

Підвищення практичності моделі за збереження точності може бути досягнуто при врахуванні кореляції пористості і опору повітряному потоку, які визначаються експериментально з мінімальною похибкою, з чотирма неакустичними параметрами, що залишилися. Для оцінки критичних параметрів моделі через ϕ і σ використаємо співвідношення [5]:

$$\alpha_\infty = 1 - 11 \cdot \ln \phi; \quad \Lambda' = 2\Lambda; \quad \Lambda = \sqrt{\frac{8\eta(1 - 11 \cdot \ln \phi)}{\sigma \phi}}; \quad k_0' = \frac{\phi^2}{1 - \phi} \cdot 10^{-10}. \quad (7)$$

Тоді вирази (5) і (6) є такими:

$$\rho(\omega) = a \left(1 - i \frac{\sqrt{1 + ib}}{2b} \right); \quad (8)$$

$$K(\omega) = \frac{d}{1 - f(1 - im\sqrt{1 + in})^{-1}}, \quad (9)$$

$$\text{де } a = \frac{\rho_0(1 - 11 \cdot \ln \phi)}{\phi}; \quad b = \frac{n\omega}{2\sigma}; \quad d = \frac{P_0}{\phi}; \quad f = 1 - \frac{1}{\gamma};$$

$$m = \frac{(1 - \phi)\eta}{\phi \rho_0 P_r \omega} \cdot 10^{10}; \quad n = \frac{\phi^2 \sigma \cdot 10^{-10}}{8m(1 - \phi)\eta(1 - 11 \cdot \ln \phi)}. \quad (10)$$

Представимо (1) у вигляді:

$$\alpha = \frac{4t \operatorname{Re}(Z_s)}{|Z_s|^2 + 2t \operatorname{Re}(Z_s) + t^2}, \quad (11)$$

де $t = \rho_0 c_0$; $\operatorname{Re}(Z_s)$ – дійсна частина Z_s .

Оскільки аналітичний вираз для α , який можна отримати із (11) з використанням (2) – (10), вкрай громіздкий, запишемо кінцеву формулу через проміжні величини. Введемо позначення:

$$P = \sqrt{1 + ib}; \quad Q = \sqrt{1 + in}. \quad (12)$$

Для дійсної і уявної (Im) частин P і Q маємо:

$$\operatorname{Re}(P) = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + b^2} + 1}{2}}; \quad \operatorname{Im}(P) = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + b^2} - 1}{2}}; \quad (13)$$

$$\operatorname{Re}(Q) = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + n^2} + 1}{2}}; \quad \operatorname{Im}(Q) = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + n^2} - 1}{2}}. \quad (14)$$

$$\text{Тоді } \rho(\omega) = a \left(\left(1 + \frac{\operatorname{Im}(P)}{2b} \right) - i \frac{\operatorname{Re}(P)}{2b} \right); \quad (15)$$

$$K(\omega) = \frac{d(1 + m(\operatorname{Im}(Q) - i \operatorname{Re}(Q)))}{1 - f + m(\operatorname{Im}(Q) - i \operatorname{Re}(Q))}. \quad (16)$$

Далі, обчислюємо $\sqrt{\rho(\omega)K(\omega)}$, $\sqrt{\frac{\rho(\omega)}{K(\omega)}}$ і, використовуюмо співвідношення:

$$\coth(x + iy) = \frac{\sinh(2x) - i \sin(2y)}{\cosh(2x) - \cos(2y)}. \quad (17)$$

Розраховуємо:

$$\coth\left(\omega l \sqrt{\rho(\omega)/K(\omega)}\right). \quad (18)$$

Після знаходження Z_s за (2) – (4), виділяємо $\operatorname{Re}(Z_s)$ і обчислюємо $|Z|^2 = (\operatorname{Re}(Z))^2 + (\operatorname{Im}(Z))^2$, які необхідні для розрахунку α .

Повна послідовна підстановка всіх формул призводить до багатокомпонентних виразів для $\operatorname{Re}(Z_s)$ і $|Z_s|^2$ через вкладені радикали, гіперболічні функції та операції з комплексними числами. На практиці для аналітичних обчислень доцільним є використання математичних пакетів, наприклад, MatLab, Mathematica або Maple. Для чисельних розрахунків оптимальним є використання Python з бібліотеками NumPy і SciPy для роботи з комплексними числами і гіперболічними функціями.

Послідовність обчислень:

1. Розраховують P і Q .
2. Знаходять $\rho(\omega)$, $K(\omega)$.
3. Обчислюють Z_s .
4. Знаходять α .

Це дозволить достатньо швидко отримати шуканий результат й обрати найбільш сприйнятливий співвідношення вихідних даних для проектування звукопоглинального матеріалу потрібної ефективності.

Висновки

1. Недоліком моделі Джонсона-Шампу-Аллара-Лафаржа (JCAL) є залежність коефіцієнта звукопоглинання від шести неакустичних параметрів, які

не можуть бути визначені у лабораторних умовах прямими вимірюваннями, що ускладнює її практичне застосування.

2. Розроблений розрахунковий апарат оцінювання звукопоглинальних властивостей пористих матеріалів на основі моделі JCAL зводить розрахунки до двох параметрів – пористості й опору повітряному потоку, які можна виміряти достатньо точно із

врахуванням їх кореляції з чотирма неакустичними параметрами, які залишаються.

3. Зменшення кількості параметрів моделі, що визначаються експериментально, дозволяє прискорити прогнозування звукопоглинаючих характеристик та роблять модель застосовнішою до стратегій оптимізації та автоматизованого проектування захисних матеріалів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Directive 2003/10/EC – noise. Of 6 February 2003 on the minimum health and safety requirements regarding the exposure of workers to the risks arising from physical agents (noise) (Seventeenth individual Directive within the meaning of Article 16(1) of Directive 89/391/EEC). European Agency for Safety and Health at Work. Latest update: 19/03/2021. URL: <https://osha.europa.eu/en/legislation/directives/82>
2. Taban E., Tajpoor A., Faridan M. et al. Acoustic absorption characterization and prediction of natural coir fibers. *Acoustics Australia*. 2019. 47. P. 67–77. <https://doi.org/10.1007/s40857-019-00151-8>
3. Attenborough K., Bashir I., Taherzadeh S. Outdoor ground impedance models. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2011. 129 (5). P. 2806–2819. <https://doi.org/10.1121/1.3569740>
4. Niskanen M., Groby J.-P., Duclos A., Dazel O., Le Roux J. C., Poulain N., Huttunen T., LeEhivaara T. Deterministic and statistical characterization of rigid frame porous materials from impedance tube measurements. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2017. 142(4). P. 2407–2418. <https://doi.org/10.1121/1.5008742>
5. Yang Tao, M. Eser, Xiong Xiaoman, Groby J.-P., Schmid J. M., Maeder M., Chang Yu-Hao, Marburg S. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2025. 157. P. 3497–3507. <https://doi.org/10.1121/10.0036644>
6. Pelegrinis T., Horoshenkov K. V., Burnett A. An application of Kozeny–Carman flow resistivity model to predict the acoustical properties of polyester fibre. *Applied acoustics*. 2016. 101. P. 1–4. <https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2015.07.019>
7. Burdeina N., Glyva V., Levchenko L., Krasnianskyi G., Biruk Y., Zozulya S., Zozulya L., Kashlev M., Grzelakowski T. Innovative approaches to designing sound insulation in historic buildings during reconstruction. *International Journal of Conservation Science*. 2025. Vol. 16, Special Issue. P. 373–382. <https://doi.org/10.36868/IJCS.2025.si.01>

Received (Надійшла) 15.08.2025

Accepted for publication (Прийнята до друку) 08.10.2025

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ / ABOUT THE AUTHORS

Краснянський Григорій Юхимович – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри фізики, Київський національний університет будівництва та архітектури, Київ, Україна;

Grygorii Krasnianskyi – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Physics, Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv, Ukraine;

e-mail: krasnianskyi.giu@knuba.edu.ua, ORCID Author ID: <https://orcid.org/0000-0002-2421-1270>;

Scopus Author ID: <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6507131193>.

Бірук Яна Ігорівна – доктор філософії, доцент, доцент кафедри фізики, Київський національний університет будівництва та архітектури, Київ, Україна;

Yana Biruk – PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Physics, Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv, Ukraine;

e-mail: yesna0999@gmail.com; ORCID Author ID: <https://orcid.org/0000-0002-3669-9744>;

Scopus Author ID: <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57225188391>.

Optimization of the calculation apparatus for designing porous sound-absorbing materials

Grygorii Krasnianskyi, Yana Biruk

Abstract. The main drawback of existing models of sound propagation through sound-absorbing porous materials is the complexity of their practical application. All calculations are presented in an imaginary form, which increases the volume of calculations and complicates the process of automating the design of sound-absorbing materials of the required efficiency. Therefore, it is advisable to convert all calculations into a real form, which will simplify the process of automating the design of sound-absorbing materials and structures. It has been shown that the use of empirical and semi-phenomenological models for preliminary assessment of the sound-absorbing properties of porous materials is difficult due to their dependence on numerous parameters that cannot be measured directly. It is proposed to optimise the calculation apparatus based on the Johnson-Champ-Allard-LaFarge (JCAL) model. It is shown that the JCAL model can be reduced to two non-acoustic parameters – porosity and airflow resistance, which can be determined quite accurately experimentally, taking into account their correlation with the four remaining parameters. The porosity of the material is easily determined by weighing test samples, and the air flow resistance can be measured in a standard impedance tube or on a laboratory setup for determining air flow resistance using air flow and a pressure sensor. Reducing the number of model parameters speeds up the prediction of sound absorption characteristics and makes the model more applicable to optimisation strategies and automated design of protective porous materials. The creation of application software for the automation of sound insulation design with high calculation speed will allow the optimisation of the selection of the required material parameters by trial and error. The proposed changes significantly reduce the computational complexity, increasing the suitability of the calculation apparatus for real-time applications and large-scale modelling.

Keywords: sound absorption, porous materials, acoustic models, calculation apparatus.